

قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$ Divisibilité dans $\mathbb{Z}$

تمرين 1

عَيِّن عددين طبيعيين a و b إذا علمت أن مجموعهما يساوي 99 وقاسمهما المشترك الأكبر يساوي 11.

$$(11,88) \quad (22,77) \quad (44,55) \quad (88,11) \quad (77,22) \quad (55,44)$$

تمرين 2

عَيِّن عددين طبيعيين a و b إذا علمت أن جدائهما يساوي 2700 وقاسمهما المشترك الأكبر يساوي 6.

$$(6,450) \quad (18,150) \quad (450,6) \quad (150,18)$$

تمرين 3

1- حلّ 975 إلى جداء عوامل أولية، ثم عَيِّن جميع قواسمه.
2- عَيِّن عددين طبيعيين a و b أوليان فيما بينهما حيث:
 $a \times b = 975$ و $a > b$

$$3 \times 5 \times 5 \times 13 \quad (39,25) \quad (75,13) \quad (325,3) \quad (975,1)$$

تمرين 4

1- حلّ 2015 إلى جداء عوامل أولية، ثم عَيِّن جميع قواسمه.
2- عَيِّن مجموعة الأزواج الطبيعية (x, y) بحيث:
 $PGCD(x, y) = 2$ و $x^2 - y^2 = 8060$

$$5 \times 13 \times 31 \quad (96,34) \quad (168,142) \quad (408,398) \quad (2016,2014)$$

تمرين 5

1- عَيِّن الأزواج الطبيعية (α, β) بحيث $\alpha \times \beta = 51$.
2- استنتج مجموعة الأزواج الطبيعية (x, y) بحيث:
(أ) $x^2 - y^2 = 51$ (ب) $x.y + 2x - 51 = 0$
(ج) $x.y - 3x + 3y = 60$

$$(1,51) \quad (3,17) \quad (17,3) \quad (51,1) \quad (26,25) \quad (10,7) \quad (17,3) \quad (3,17) \quad (51,1) \quad (1,51)$$

تمرين 6

عَيِّن كل الثنائيات (x, y) من الأعداد الصحيحة التي تحقق:
(1) $(x-1)(2y-3)=11$ (2) $4x^2 - y^2 = 36$
(3) $x^2y + xy^2 + 2 = 0$ (4) $x^2 + 5y^2 = 45$

$$(2,7) \quad (12,2) \quad (0,-4) \quad (-10,1) \quad (3,0) \quad (-3,0) \quad (5,8) \quad (-5,8) \quad (-5,-8) \quad (-5,8)$$

تمرين 7

1- حلّ العدد 608 إلى جداء عوامل أولية.
2- α و β عدنان طبيعيين: $a = \alpha + 2\beta$ و $b = 2\alpha + 3\beta$
بَيِّنْ أَنَّ $PGCD(a, b) = PGCD(\alpha, \beta)$
3- عَيِّن مجموعة الأزواج الطبيعية (x, y) بحيث:
 $PGCD(x, y) = 4$ و $(x+2y)(2x+3y) = 9728$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 19 \quad (28,24)$$

تمرين 8

a و b أعدادا طبيعية. عَيِّن قيم العدد n بحيث a يقسم b في كلّ حالة من الحالات التالية:

$$(1) \quad a = n+1 \quad \text{و} \quad b = n+5 \quad \text{حيث} \quad n \geq 0$$

$$(2) \quad a = n-1 \quad \text{و} \quad b = 2n+3 \quad \text{حيث} \quad n > 1$$

$$(3) \quad a = n-2 \quad \text{و} \quad b = n^2 + 3n + 4 \quad \text{حيث} \quad n > 2$$

$$16, 9, 4, 3 \quad 6, 2 \quad 3, 1, 0$$

تمرين 9

n عدد صحيح. نضع $a = n-2$ و $b = 2n^2 - 7n + 17$.

1- عَيِّن قيم العدد n بحيث b يقبل القسمة على a .

2- ليكن $(\mathcal{C})$ منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 17}{x - 2}$$

عَيِّن نقط المنحنى $(\mathcal{C})$ التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

$$(3,14) \quad (13,24) \quad (1,-12) \quad (-9,-22)$$

تمرين 10

n عدد طبيعي غير معدوم. ليكن: $a = 3n - 2$ و $b = n + 5$

1- عَيِّن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

2- عَيِّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون الكسر $\frac{a}{b}$ قابلا للاختزال (العدنان a و b غير أوليان فيما بينهما).

3- عَيِّن قيم n حتى يكون الكسر $\frac{a}{b}$ عددا طبيعيا.

4- أثبت أن العددين $(a+6)$ و $(2b-7)$ أوليان فيما بينهما.

$$12 \quad 17k+12 \quad 17, 1$$

تمرين 11

n عدد طبيعي. نضع $a = n+3$ و $b = 2n^2 + 7n + 11$.

1- بَيِّنْ أَنَّ: $PGCD(a; b) = PGCD(a; 8)$.

2- استنتج القيم الممكنة لـ: $PGCD(a; b)$.

3- عَيِّن قيم n بحيث: $PGCD(a; b) = 4$.

$$8k'+1 \quad 8, 4, 2, 1$$

تمرين 12

نعتبر العددين $a = 3n - 1$ و $b = 4n - 3$ ، حيث $n \in \mathbb{N}^*$

1- ليكن d القاسم المشترك الأكبر لـ a و b . عَيِّن قيم d .

2- بَيِّنْ أَنَّهُ إذا كان $d = 5$ ، فإنّ العدد 5 يقسم العدد $n - 2$.

3- عَيِّن قيمتي a و b حتى يكون $d = 5$.

4- ليكن $A = 3n^2 + 2n - 1$ و $B = 4n^2 + n - 3$.

(أ) بَيِّنْ أَنَّ كلّ من العددين A و B يقبل القسمة على $n+1$.

(ب) عَيِّن تبعا لقيم n وبدلالة n ، $PGCD(A; B)$.

$$5, 1 \quad b=20k+5; a=15k+5 \quad d=n+1 \text{ و } d=5(n+1)$$